

論理学

第1回「論理学とは」

萩野 達也

hagino@sfc.keio.ac.jp

<https://vu5.sfc.keio.ac.jp/slide/>

Lecture Slide System

- Please access to:

<https://vu5.sfc.keio.ac.jp/slide/>

- Select: Fundamentals of Logic

The screenshot shows a web interface for the 'Lecture Slide System'. At the top, there is a blue header bar with two tabs: 'Lecture Slides' and 'LOGIN'. Below the header, the word 'Login' is displayed in green. A message says 'Please enter CNS login name and password:'. There are three input fields: 'CNS login:' with a text box containing 'CNS login name', 'CNS password:' with a text box containing 'CNS password', and 'Lecture:' with a dropdown menu showing 'Software Architecture (2018)'. A 'login' button is located below the dropdown. Three red arrows point from the right side of the image to the input fields: one to the 'CNS login' field, one to the 'CNS password' field, and one to the 'Lecture' dropdown menu. At the bottom of the page, there is a blue footer bar containing the text 'Copyright© 2017,2018 Tatsuya Hagino. All rights reserved.' and 'Powered by w3.css'.

Lecture Slides LOGIN

Login

Please enter CNS login name and password:

CNS login:

CNS password:

Lecture:

login

Copyright© 2017,2018 Tatsuya Hagino. All rights reserved.
Powered by w3.css

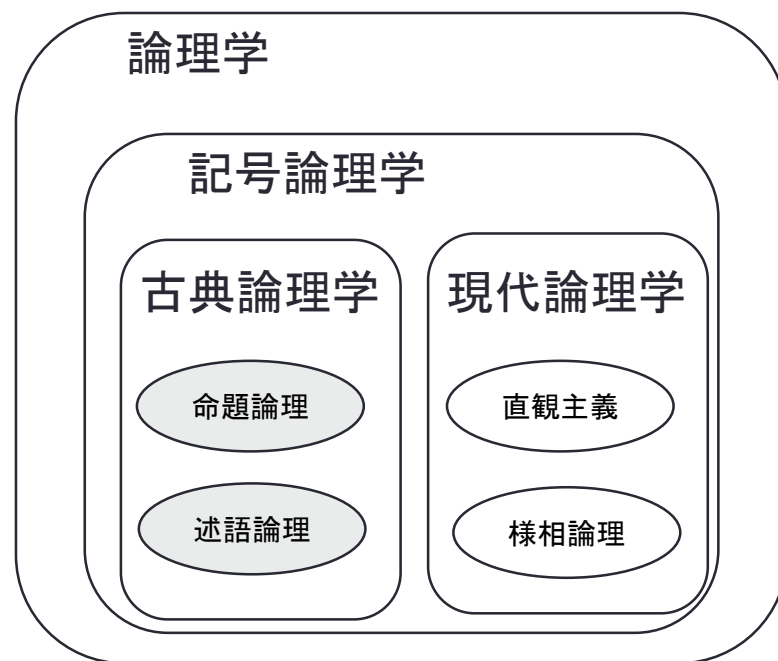
CNS Login Name

CNS Password

Select Lecture

授業概要

- 正しい推論とは何か
 - 物事を考えるとき, いろいろな事実から推論して, 正しい内容を導き出す必要がある.
- 記号論理学(数理論理学)
 - 自然言語のままで扱ったのでは, 正しさの見通しが悪くなる.
 - 記号に置き換えることによって, 本質的な論理構造を明らかにする.
 - そのうえで正しい推論とは何かを理解する.
- 正しい vs 証明する
 - 正しいことを示すことが証明.
 - 正しいことはすべて証明できるのか?
- いろいろな論理学
 - 古典論理学
 - 命題論理
 - 述語論理
 - 現代論理学
 - 直観主義
 - 様相論理



授業予定

1. 論理学とは

- 2. 命題と真理値
- 3. 標準形
- 4. 証明
- 5. 証明(演習) *
- 6. 健全性と完全性
- 7. 他の論理体系

8. 述語論理

- 9. 述語論理の意味
- 10. 述語論理の証明
- 11. エルブラン定理
- 12. 導出原理
- 13. 不完全性定理
- 14. いろいろな論理体系
- 15. 論理プログラミング言語 *

論理学とは

- 「論理的に話す」
 - 感情で話してはいけない.
 - 知らないことを想像で話してはいけない.
 - あいまいであってはいけない.
 - 事実や根拠に基づき話す.
 - 論証(推論)において飛躍を行なわない.
 - 正しいことがだれにでも明白に分かるようにする.
 - 矛盾した点がない.
- 論理学
 - 哲学から生まれた.
 - 数理論理学とそれ以外に分けられる.

数学における論理学の位置づけ

代数

線形代数

整数論

代数方程式

群 環 体

幾何

ユークリッド幾何

非ユークリッド幾何

位相幾何

解析

微分

積分

偏微分

連続

微分方程式

統計

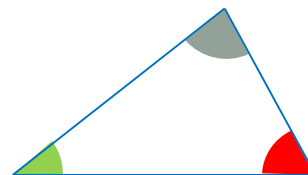
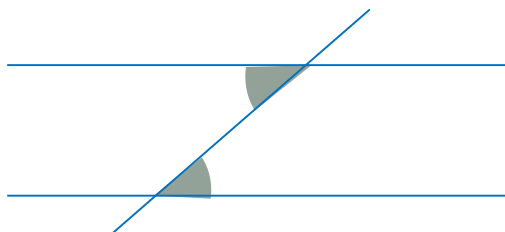
確率

集合論

論理学

証明の誕生

- ユークリッド原論
 - ユークリッド(紀元前3世紀)により編纂
- ユークリッド幾何学の公準
 1. 任意の一点から他の一点に対して直線を引くことができる.
 2. 有限の直線を連続的にまっすぐ延長することができる.
 3. 任意の中心と半径で円を描くことができる.
 4. すべての直角は互いに等しい.
 5. 直線が2直線と交わるとき, 同じ側の内角の和が2直角より小さい場合, その2直線が限りなく延長されたとき, 内角の和が2直角より小さい側で交わる.
- 証明
 - 平行線の2つ錯角は等しい
 - 三角形の内角の和は2直角である.



証明できますか？

- ピタゴラスの定理
 - 三平方の定理
- 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ である.
- $\sqrt{2}$ は無理数である.
- π は無理数である.
- n 次方程式は n 個の複素数解を持つ.
- 中間値の定理
 - $a < b$ に対して連続関数 f が $f(a) < f(b)$ を満たすとき, $[f(a), f(b)]$ 内の任意の点 h に対して $h = f(c)$ となる点 c が $[a, b]$ 内に存在する.

ことわざ

• 「風が吹けば桶屋が儲かる」

1. 風が吹けば 雨が立つ.



2. 雨が降って、目の 潤いな人が増える.



3. 目の 潤いな人は、職業のために 髪を買う.



4. 髪を作るために 羊の皮が必要になり、羊が殺される.



5. 羊が減れば 肉が増える.



6. 肉が増えると桶を 作る.



7. 桶が 増えるので桶屋が儲かる.

論理パズル

- 論理学はパズルとして用いられることも多い.
- あるクレタ人が言った次の文はウソか本当か？
 - 「すべてのクレタ人はウソしか言わない」
- 絶対に外れない予言
 - 「
」という予言
- 絶対に解けない問題
 - 「
」という問題
- 床屋のパラドックス
 - ある村には床屋が一つだけある.
 - 床屋は自分のひげを剃らない人のひげを剃る.
 - 床屋は自分でひげを剃る人のひげは剃らない.
 - 床屋自身は自分のひげを剃るのか？

集合論は大丈夫？

- 集合とはある条件にしたがうものを集めたもの
 - 例
 - 人間の集合H
 - 自然数の集合N
 - 今日考えた事象の集合P
 - 犬ではないものの集合D
- 集合の中には自分自身を含むものと、含まないものがある
 - 含まない：H, N
 - 含む：P, D
- ラッセルのパラドックス
 - 「」は集合か？

まとめ

- 論理学
 - 推論を扱う
- 記号論理学
 - 記号に置き換えることによって, 本質的な論理構造を明らかにする.
- 取り扱う論理学
 - 命題論理
 - 述語論理