

# 『モデリング・シミュレーション入門』

## 第3回 数理モデリング

いば たかし

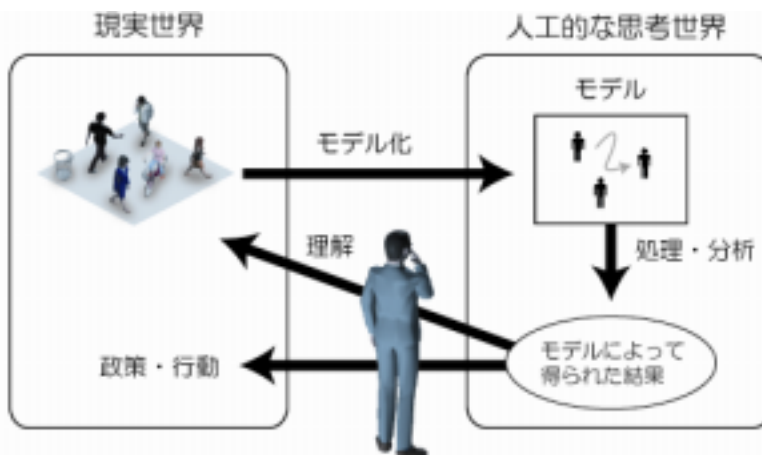
井庭 崇

慶應義塾大学総合政策学部 専任講師

iba@sfc.keio.ac.jp

<http://www.sfc.keio.ac.jp/~iba/lecture/>

## モデリング

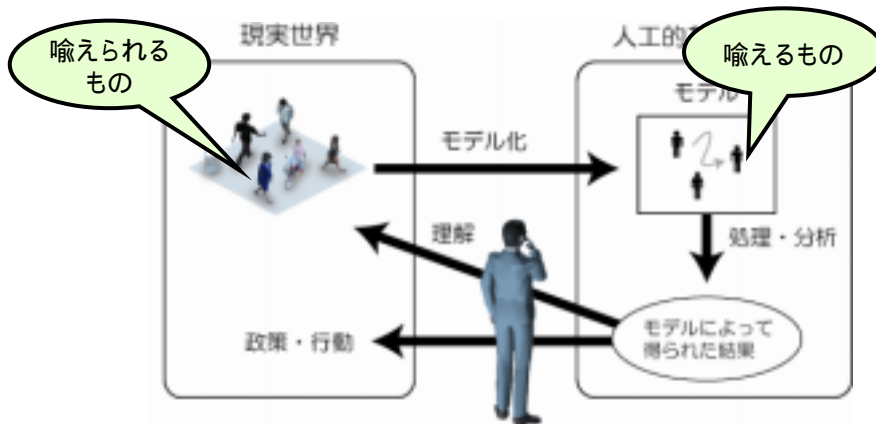


## モデルの定義



「“モデル”とは、ある人間にとっても、ある状況、あるいは状況についての概念の明示的な解釈である。モデルは、数式、記号、あるいは言葉で表すことができるが、本質的には、実体、プロセス、属性、およびそれらの関係についての記述である。モデルは規範的、記述的のどちらでもありうるが、何よりも役立つものでなければならぬ。」(Brian Wilson)

## 「わかる」を支援する思考の道具として



「メタファー」=「より抽象的で分かりにくいカテゴリーに属する対象を、より具体的で分かりやすいカテゴリーに属する対象に見立てることによって、世界をよりよく理解する方法」[瀬戸, 1995]



## 分けることでわかる



- わかる = 分ける
- 目の前の現象を、何らかの分類基準で分類出来れば、現象が整理できるだけでなく、心も整理される。「わかる」感覚
- 「わかる」ということは、分類基準の正しさ・正確さとは無関係。



## 体験することでわかる



- 「わかる」のは、頭でわかるだけではない。
- 身体性、感覚
- 体験すると、理屈はわからなくても、「わかる」ことがある。
- 暗黙知による「わかり方」

## この授業における「わかる」



### ■ モデリング

- 分けることでわかる
- 形式知による理解

### ■ シミュレーション

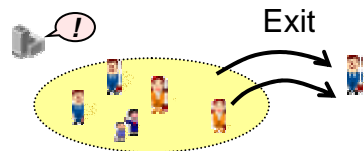
- 体験することでわかる
- 暗黙知による理解

## 社会や組織の変革の力についての「分け方」

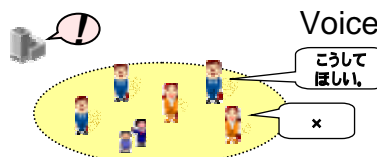


### ■ 社会や組織の変革の力

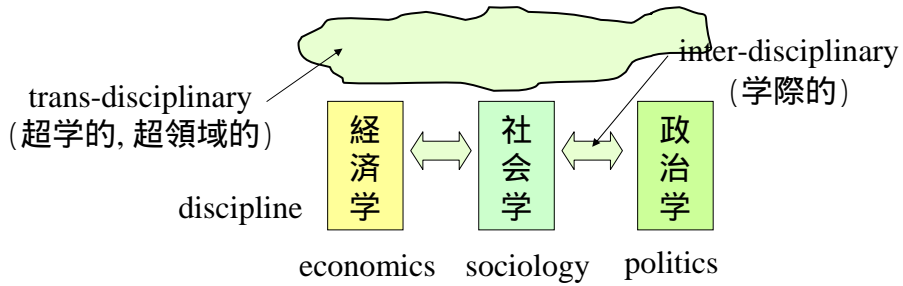
#### ■ 「退出」(exit)



#### ■ 「発言」(voice)



## インターディシプリナリとトランスディシプリナリ



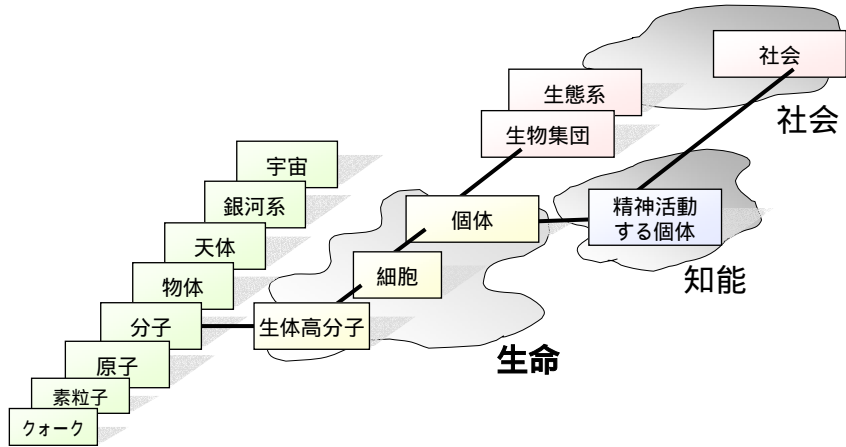
## システムの内部



相互関係のある複数の要素(部分)から構成された一つの組織化された統一体

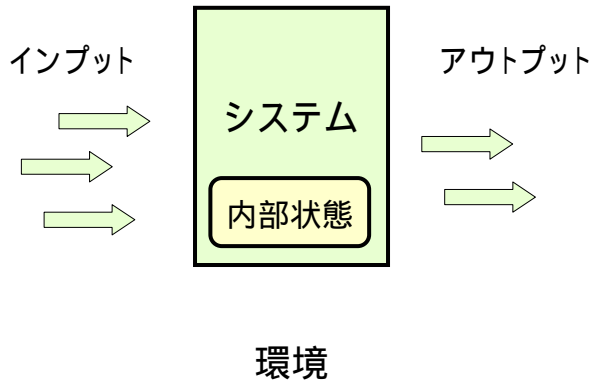
システム

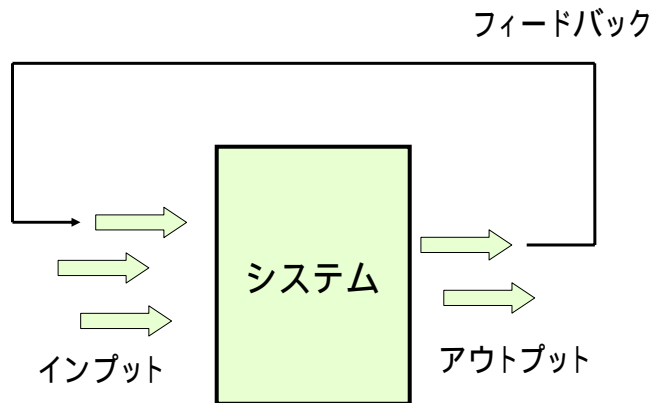
# 世界のシステム階層と創発



井庭崇 福原義久, 『複雑系入門』, NTT出版, 1998  
(鈴木賢英, 『自然科学ノート』(文化書房博文社, 1993) を元に改変)

# システムと環境





## 授業スケジュール

- 第1回(10/1) インTRODクシヨン
- 第2回(10/8) モデリングとは
- 第3回(10/15) 数理モデリング
- 第4回(10/22) 非線形とカオス
- 第5回(10/29) オートマトン(状態機械)
- 第6回(11/5) オブジェクト指向モデリング
- 第7回(11/12) オブジェクト指向プログラミング  
(三田祭休み)
- 第8回(11/26) シミュレーションとは
- 第9回(12/3) シミュレーションによる分析
- 第10回(12/10) 自律分散協調システムと自己組織化のシミュレーション
- 第11回(12/17) 遺伝的アルゴリズムによる進化のシミュレーション  
(冬休み)
- 第12回(1/7) ニューラルネットワークによる学習のシミュレーション
- 第13回(1/14) 成長するネットワークのシミュレーション

# 『モデリング・シミュレーション入門』

## 第3回 数理モデリング

いば たかし

井庭 崇

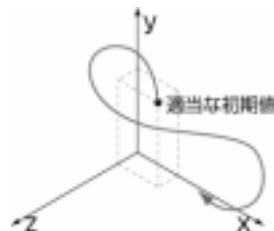
慶應義塾大学総合政策学部 専任講師

iba@sfc.keio.ac.jp

<http://www.sfc.keio.ac.jp/~iba/lecture/>

## 第3回 数理モデリング

- 時間とともに変動する現象について理解したいとき、数理モデルを作成することがある。
- この数理モデルを操作・計算することで、現象に対する理解を深めたり予測したりします。
- モデルの特徴を把握する(可視化する)ための方法についても紹介します。

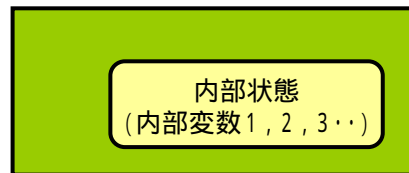




## システムの内部状態と内部変数

- システムの内部状態は、内部変数といわれるいくつかの数値の組によって表される。
- 内部状態の変化はその内部変数の変化として表される。

システム

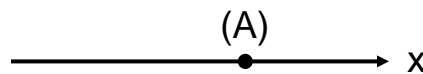


## 相空間 (Phase Space)

- 内部変数の組をある空間上の点として表す。

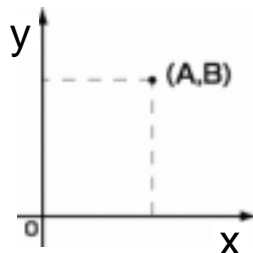
1変数の場合

$x=A$



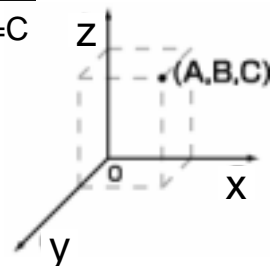
2変数の場合

$x=A, y=B$



3変数の場合

$x=A, y=B, z=C$



# メイの生態モデル

## 親世代と子世代の個体数の関係

---

- 数理生態学者 ロバート・メイ
- 生物の親の世代と子供の世代の個体数の関係

## 親世代と子世代の個体数の関係

### ■現在の個体数と次世代の個体数との関係

$$\begin{array}{ccccccc} \text{次世代の} & & \text{現在の} & & \text{現在の} & & \\ \text{個体数} & & \text{個体数} & & \text{個体数} & & \\ & \text{定数} & & & & & \\ X_{n+1} = & a & X_n & (1 - X_n) \end{array}$$

↑  
実際には、  
具体的に数値が入る

↑  
個体数の値は、0～1。  
(単位が「千匹」など  
だと考えればいい)

## 実は、よく見たことがあるような式

$$y = 2x(1 - x)$$

順を追って  
みてみると...

次世代の  
個体数

定数  
現在の  
個体数

現在の  
個体数

$$X_{n+1} = a X_n (1 - X_n)$$

初期値

n=1  $X_2 = a X_1 (1 - X_1)$

n=2  $X_3 = a X_2 (1 - X_2)$

n=3  $X_4 = a X_3 (1 - X_3)$

## 親世代と子世代の個体数の関係

■ 現在の個体数と次世代の個体数との関係

次世代の  
個体数

定数

現在の  
個体数

現在の  
個体数

$$X_{n+1} = a X_n (1 - X_n)$$

増減のバランス

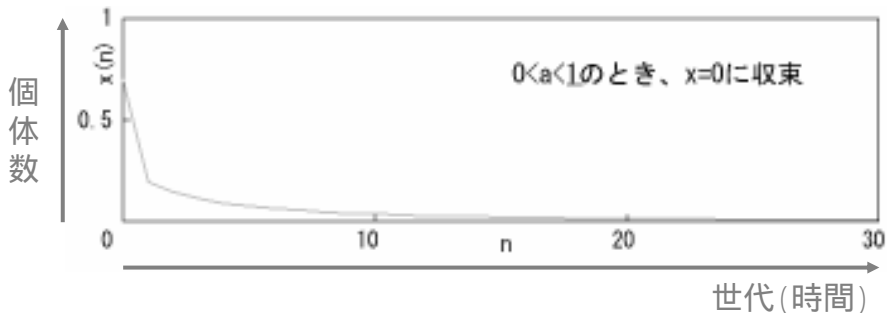
↑  
個体数が多いほど  
次世代を増やす

↓  
個体数が多いほど  
次世代を減らす

## メイの生態モデルの振る舞い

- 増減バランスを決める定数 $a$ の値が  $0 < a < 1$  のとき
- 絶滅してしまう。

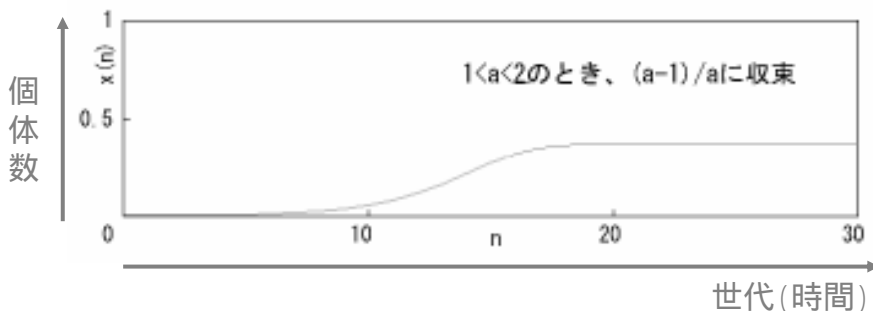
$$x_{n+1} = a x_n (1 - x_n)$$



## メイの生態モデルの振る舞い

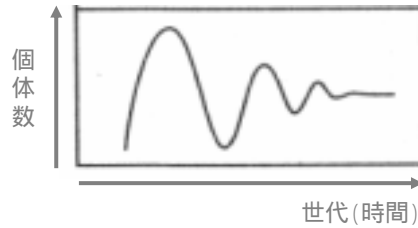
- 増減バランスを決める定数 $a$ の値が  $1 < a < 2$  のとき
- ある個体数に落ちつく

$$x_{n+1} = a x_n (1 - x_n)$$

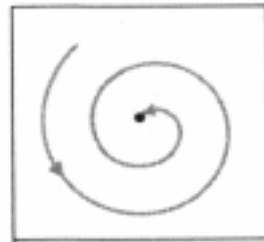


## 複数の個体数を振動するというのは

時系列でみると・・・



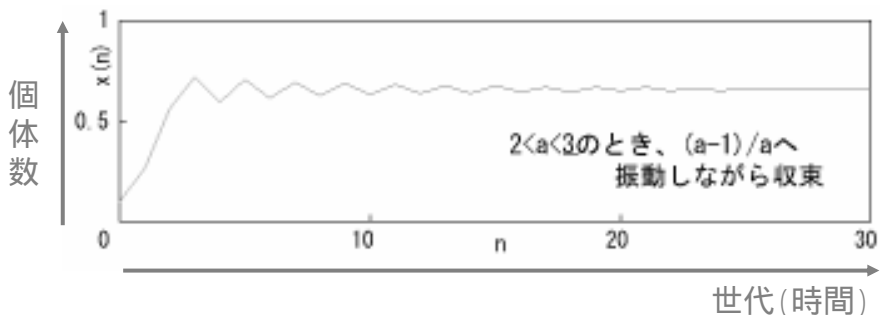
イメージでいうと・・・



## メイの生態モデルの振る舞い

- 増減バランスを決める定数 $a$ の値が  $2 < a < 3$  のとき
- 振動したのちに、ある個体数に落ちつく。

$$x_{n+1} = a x_n (1 - x_n)$$



# 『モデリング・シミュレーション入門』

## 第3回 数理モデリング

いば たかし

**井庭 崇**

慶應義塾大学総合政策学部 専任講師

iba@sfc.keio.ac.jp

<http://www.sfc.keio.ac.jp/~iba/lecture/>

## 教科書

### 『複雑系入門: 知のフロンティアへの冒険』 (井庭崇, 福原義久, NTT出版, 1998)



#### 第I部 『複雑系』科学

- 第1章 『複雑系』とは何か?
- 第2章 『複雑系』科学の位置
- 第3章 『複雑系』科学の方法論

#### 第II部 複雑性の現象

- 第4章 フラクタル
- 第5章 自己組織的臨界状態
- 第6章 カオス
- 第7章 カオスの縁

#### 第III部 複雑適応系

- 第8章 複雑適応系
- 第9章 進化と遺伝的アルゴリズム
- 第10章 カウフマンネットワーク
- 第11章 ニューラルネットワーク

#### 第IV部 『複雑系』科学のフロンティア

- 第12章 『複雑系』経済学
- 第13章 人工生命
- 第14章 カオス結合系
- 第15章 内部観測

#### 第V部 『複雑系』研究への道標

- 第16章 『複雑系』科学の鳥瞰図

## 宿題(授業第3回)内容

教科書『複雑系入門』の第4章「フラクタル」を読んで、次の点について、それぞれまとめる。

- (1) 海岸線の長さが測り方によって、異なるのはなぜか？
- (2) 「フラクタル」と「無限」はどのような関係があるか？
- (3) 現実世界(自然界や社会)において、フラクタル性をもつものには、どのようなものがあるか？

4.3「フラクタル次元」は除いてよい。

この他の文献・Webページ等を積極的に調べて参照することも歓迎する。  
その場合には、必ず、参考文献・URLを明記すること。

今日の授業で新しくわかったこと、考えたこと、感想

## 宿題(授業第3回)形式

- 提出 & 締切: 来週の授業開始時に教室で。
- 形式: A4用紙1枚(両面可)
  - 宿題(第3回)と明記
  - 学部・学年・学籍番号・メールアドレス・名前を明記