

『モデリング・シミュレーション入門』

第5回 オートマトン(状態機械)

いば たかし

井庭 崇

慶應義塾大学総合政策学部 専任講師
iba@sfc.keio.ac.jp
<http://www.sfc.keio.ac.jp/~iba/lecture/>

授業スケジュール

- 第1回(10/1) イン트로ダクション
- 第2回(10/8) モデリングとは
- 第3回(10/15) 数理モデリング
- 第4回(10/22) 非線形とカオス
- 第5回(10/29) オートマトン(状態機械)
- 第6回(11/5) オブジェクト指向モデリング
- 第7回(11/12) オブジェクト指向プログラミング
(三田祭休み)
- 第8回(11/26) シミュレーションとは
- 第9回(12/3) シミュレーションによる分析
- 第10回(12/10) 自律分散協調システムと自己組織化のシミュレーション
- 第11回(12/17) 遺伝的アルゴリズムによる進化のシミュレーション
(冬休み)
- 第12回(1/7) ニューラルネットワークによる学習のシミュレーション
- 第13回(1/14) 成長するネットワークのシミュレーション

メイの生態モデルが与えた衝撃



- モデルの数学的な意味での単純さと、結果が示す複雑さの間の驚くべきコントラスト
- 「単純な法則から生じる単純な現象」という信念に動揺を与えた。

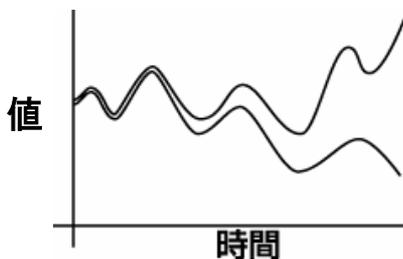
カオス (chaos)

規則に従って発生したにもかかわらず、不規則に見える振る舞いを示す現象。

カオスを生成するシステムの特徴



- カオスを生成するシステムでは、初期値に対する鋭敏性がある。
→「バタフライ効果」と呼ばれる

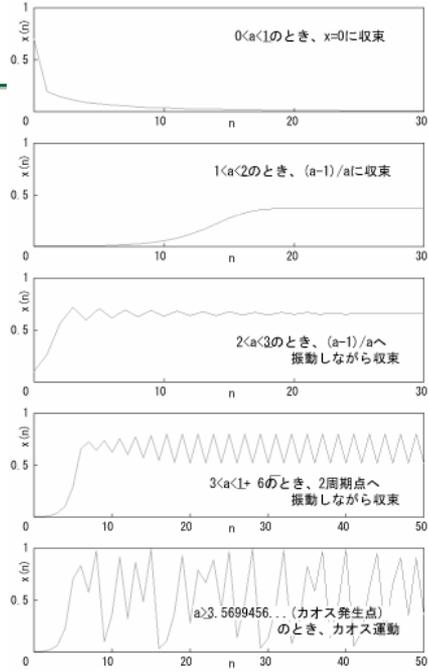


分岐現象

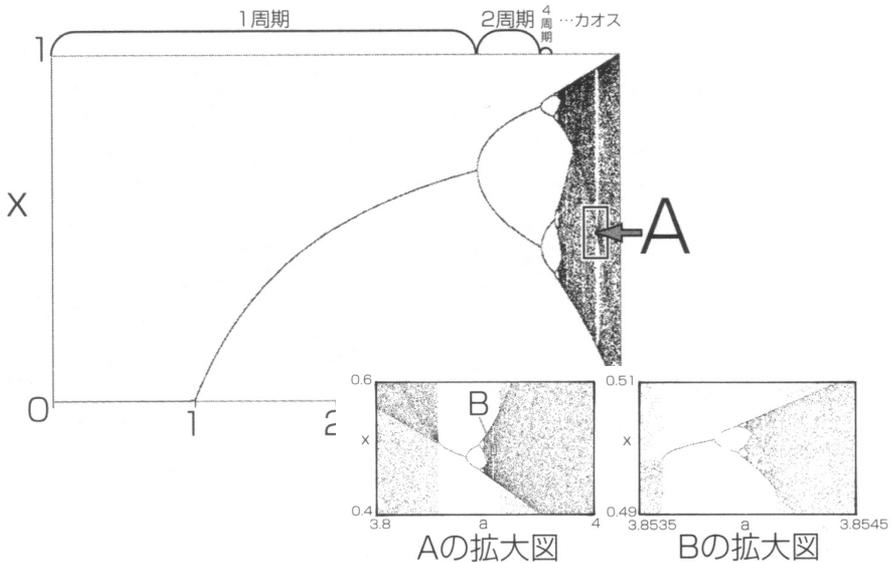
- パラメータの値の変化に対して、安定周期解が現れたかと思うと、カオスが現れる
- システムの外的要因を定めているパラメータの値が変動すると、システムはまったく異なった性格を示す。

$$x_{n+1} = a x_n (1 - x_n)$$

コントロール・パラメータ



分岐図

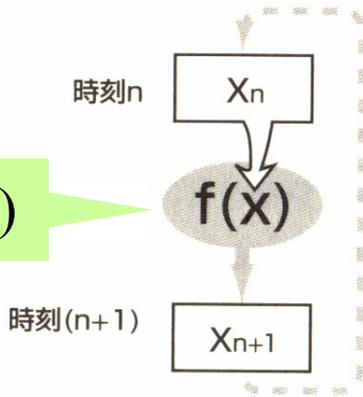


カオス関数

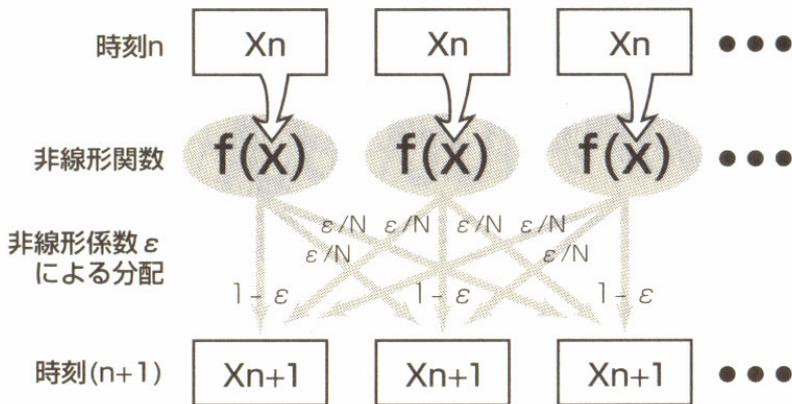


■ 関数 = 函数

$$f(x) = a x(1 - x)$$



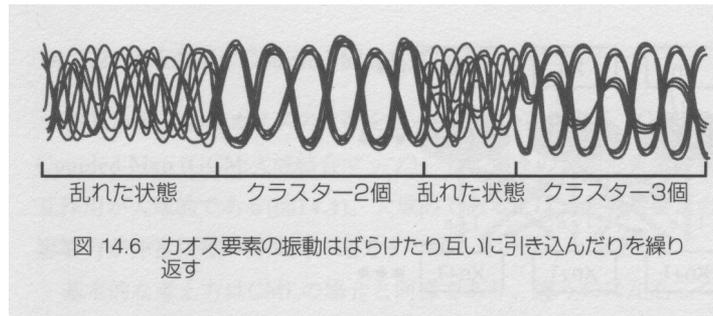
カオス結合系



カオス結合系

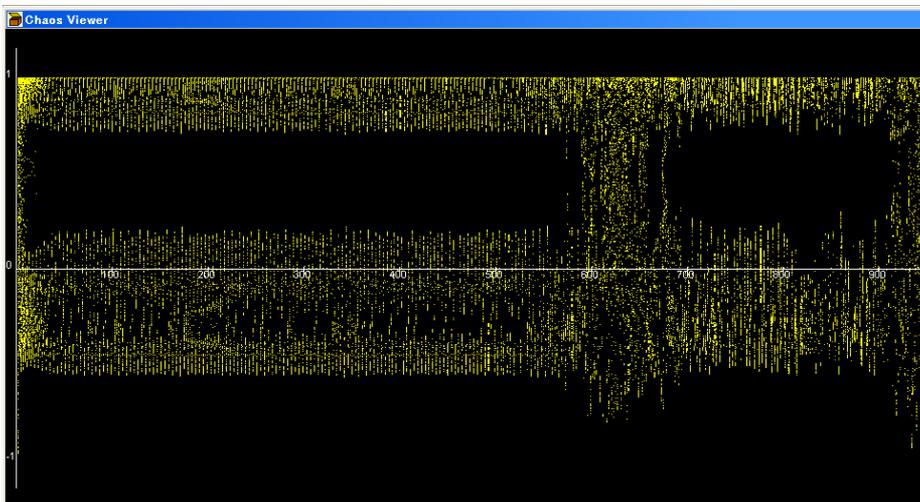


$$x_{n+1}(i) = (1 - \varepsilon)f(x_n(i)) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{j=1}^N f(x_n(j))$$



井庭崇, 福原義久, 『複雑系入門』. NTT出版, 1998

カオス結合系シミュレーションの結果



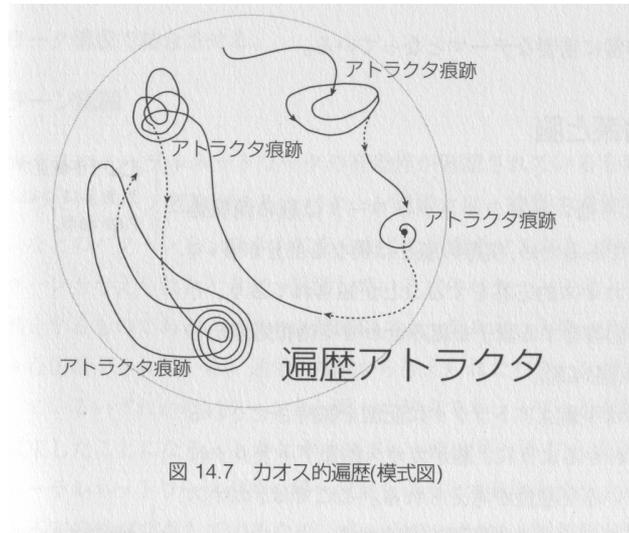


図 14.7 カオスの遍歴(模式図)

井庭崇, 福原義久, 『複雑系入門』. NTT出版, 1998

決定論

決定論的な見方

- ニュートン力学と万有引力の法則による天体現象の予測の成功
- 初期状態が与えられれば未来は予測することができるという思想が生まれた。
- ラプラスの力学的世界観
 - 時計仕掛の宇宙という考え方
- 現象は規則に従っているとする見方を「決定論」という。

決定論的世界でも複雑な現象が！

- アンリ・ポアンカレ(1800年代末)
 - 天文学における3体問題
- 地球物理学者エドワード・ローレンツ(1964年)
 - 温度変化による対流の方程式にも同じような複雑な様子が起こることを発見

ローレンツアトラクター

ローレンツモデル

■ 気象学者ローレンツ

$$\frac{dx}{dt} = -10x + 10y$$

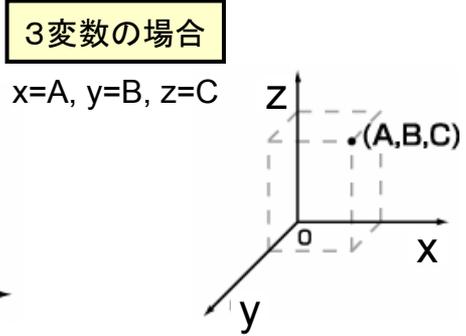
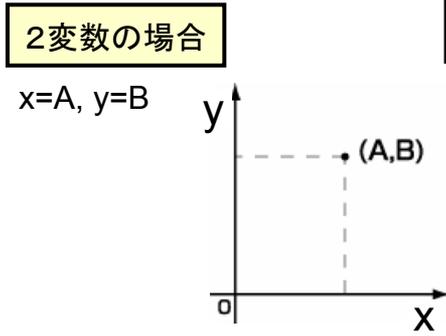
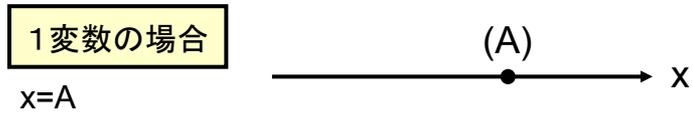
$$\frac{dy}{dt} = 28x - y - xz$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \frac{8}{3}z$$

相空間(Phase Space)



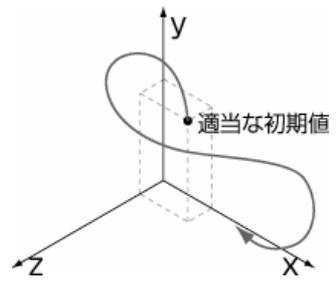
■ 内部変数の組をある空間上の点として表す。



ローレンツモデルの振る舞いを相空間で見ると

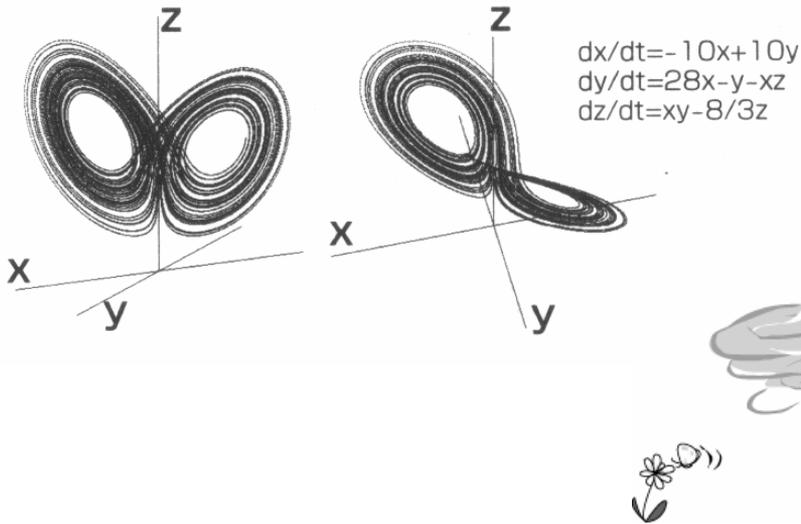
- ローレンツ方程式は3変数。
- システムの状態の時間的変化は、3次元の相空間での流れとして表現される。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -10x + 10y \\ \frac{dy}{dt} &= 28x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - \frac{8}{3}z \end{aligned}$$



ローレンツアトラクター
ローレンツアトラクター(初期値の鋭敏性)

ローレンツアトラクター



システムの内部状態と内部変数

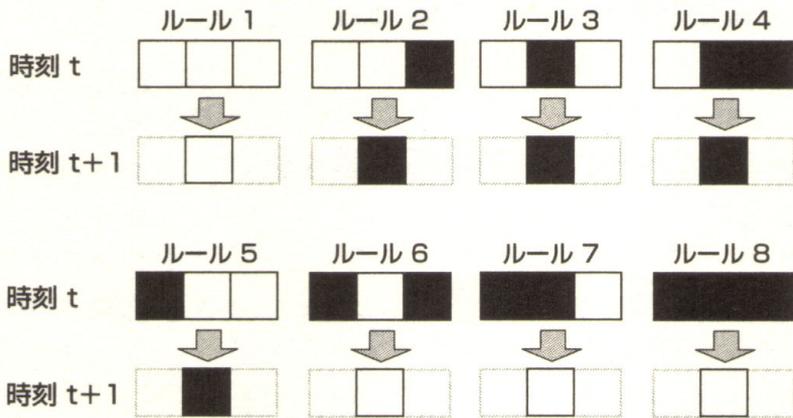


- システムの内部状態は、内部変数といわれるいくつかの数値の組によって表される。
- 内部状態の変化はその内部変数の変化として表される。

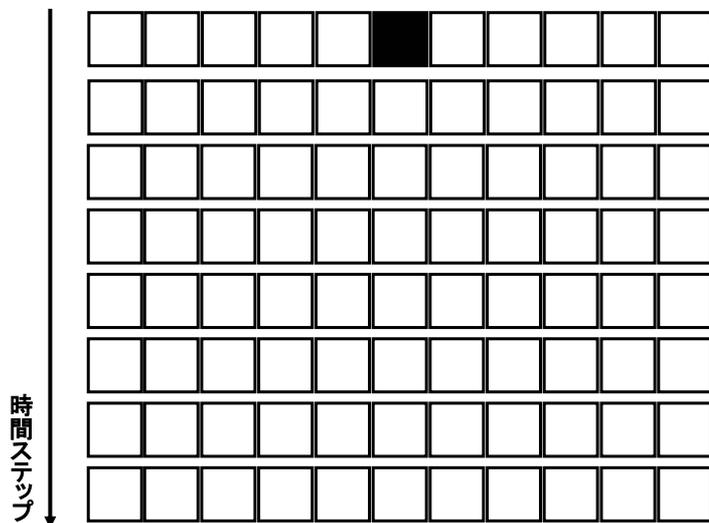
システム

内部状態
(内部変数 1, 2, 3...)

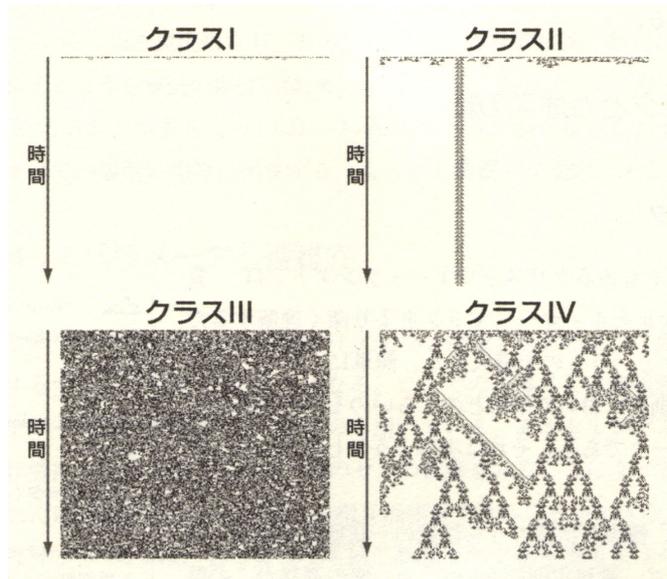
状態遷移のルール



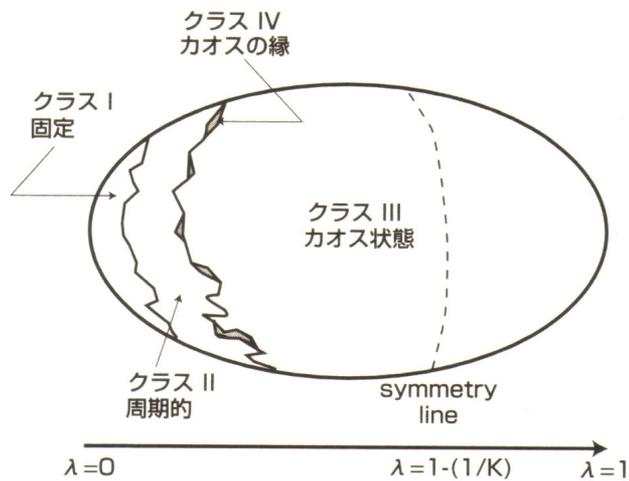
1次元セル・オートマトンの体験



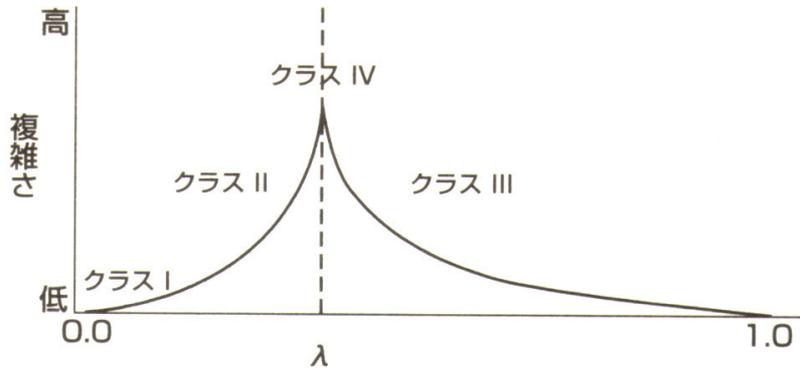
1次元セル・オートマトンのクラス分類



カオスの縁のイメージ



複雑さの度合い



ここでの「複雑さ」=相互情報量

ある二つの事象において、一方を知ることによって他方が何であるかの情報がどのくらい得られるかを示す。

カオスの縁のアナロジー

■カオスの縁→静的すぎず動的すぎない領域

	←	カオスの縁	→
セル・オートマトン	クラスIとII	クラスIV	クラスIII
力学系	秩序	複雑性	カオス
物質	固定	相転移	流体
コンピューテーション	停止	決定不可能	暴走
生命	あまりにも静	生命・知性	あまりにも動

宿題(授業第5回)内容

- ①セル・オートマトンのように、身の回りのもののなかで、「局所的な相互作用で秩序が生まれている」現象を探してください。その秩序は静的な秩序か動的な秩序か？
- ②教科書『複雑系入門』のp.67～p.74や、その他の文献を読んで、次の3点についてまとめてください。
 - ・アトラクターとは何か？
 - ・アトラクターにはどのような種類があるか？
 - ・カオスはどのようにして無限に異なる値を生み出せるのか？

※この他の文献・Webページ等を積極的に調べて参照することも歓迎する。その場合には、必ず、参考文献・URLを明記すること。
- ③今日の授業で新しくわかったこと、考えたこと、感想。

宿題(授業第5回)形式

- 提出 & 締切: 来週の授業開始時に教室で。
- 形式: A4用紙1枚(両面可)
 - 宿題(第5回)と明記
 - 学部・学年・学籍番号・メールアドレス・名前を明記