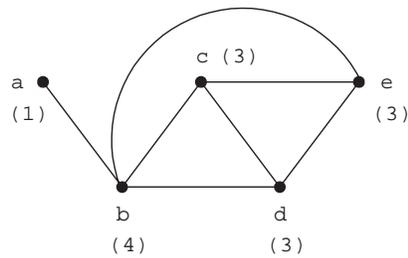


第 13 章「グラフ理論」の問題

例題 13 - 1 $V = \{a, b, c, d, e\}$, $E = \{(a, b), (b, c), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e), (d, e)\}$ とするときグラフ $G(V, E)$ の図を描きなさい。また、各頂点の次数を記入しなさい。

(例題 13 - 1 の解答)

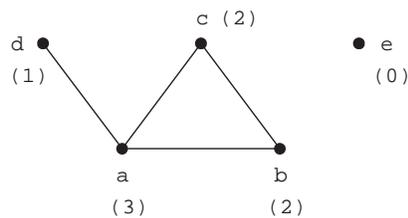


類題 13 - 1 次の各グラフ $G(V, E)$ の図を描きなさい。また、各頂点の次数を記入しなさい。

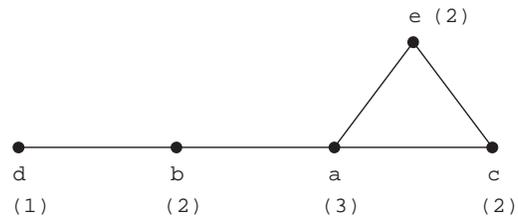
- (1) $V = \{a, b, c, d, e\}$, $E = \{(a, b), (b, c), (c, a), (a, d)\}$
 (2) $V = \{a, b, c, d, e\}$, $E = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (c, e)\}$

(類題 13 - 1 の解答)

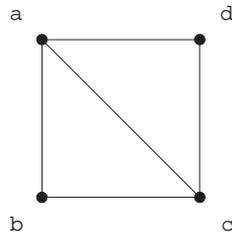
(1)



(2)



例題 1 3 - 2 次のグラフにおいて以下の経路を求めなさい.

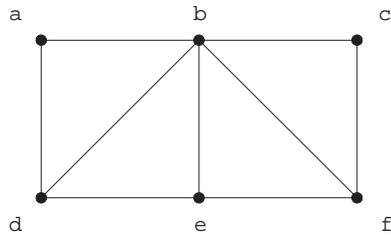


- (1) a から d への長さ 3 の経路
- (2) a から始まる 3- サイクル

(例題 1 3 - 2 の解答)

- (1) $(a, b, c, d), (a, b, a, d), (a, c, a, d), (a, d, a, d), (a, d, c, d)$
- (2) $(a, b, c, a), (a, c, b, a), (a, d, c, a), (a, c, d, a)$

類題 13 - 2 次のグラフについて以下の経路を求めなさい.



- (1) a から f への長さ 3 の経路
- (2) c から始まる長さ 6 の回路
- (3) c から始まる 5-サイクル

(類題 13 - 2 の解答)

- (1) (a, b, e, f) , (a, b, c, f) , (a, d, b, f) , (a, d, e, f)
- (2) (c, b, a, d, e, f, c) , (c, b, a, d, b, f, c) , (c, b, d, e, b, f, c) ,
 (c, b, d, a, b, f, c)
- (3) (c, b, d, e, f, c) , (c, f, e, d, b, c)

例題 13 - 3 例題 13 - 1 のグラフに対する隣接行列 A と A^2 を求めなさい.

(例題 13 - 3 の解答)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

参考: A^2 の (2, 3) 成分の 2 は, b から c への長さ 2 の経路が 2 つあることを示している. (b, d, c) , (b, e, c)

類題 13 - 3 類題 13 - 1 の隣接行列 A と A^2 を求めなさい.

(類題 13 - 3 の解答)

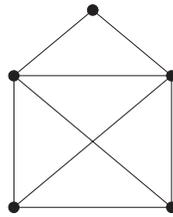
(1)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

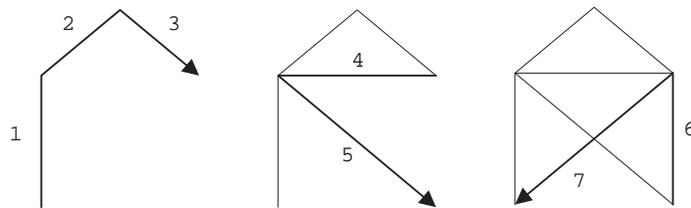
(2)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

例題 13 - 4 次のグラフを一筆書きしなさい.

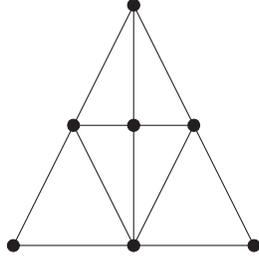


(例題 13 - 4 の解答)

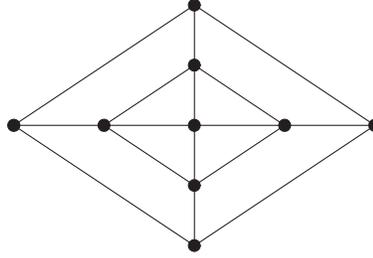


類題 13 - 4 次のグラフのうち一筆書き可能なものを選びなさい。

(1)

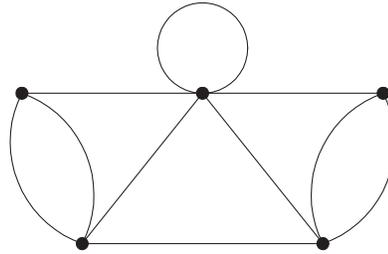
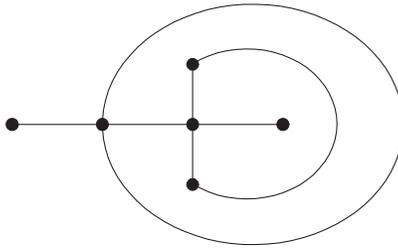


(2)



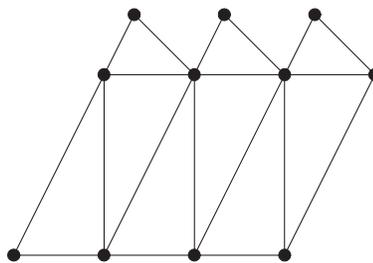
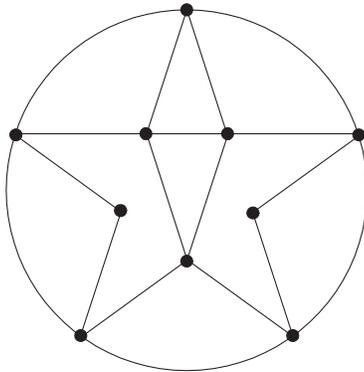
(3)

(4)



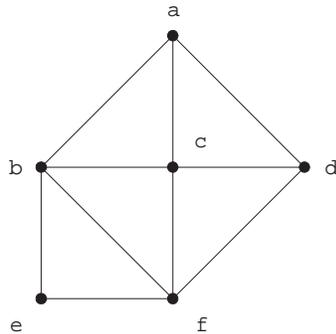
(5)

(6)



(類題 13 - 4の解答) (1), (3), (4), (5), (6)

例題 13 - 5 次のグラフの染色数を求めなさい.



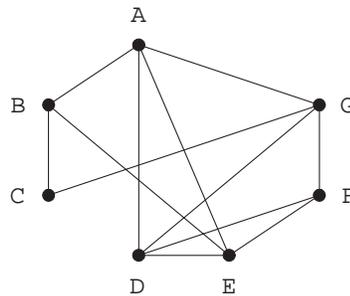
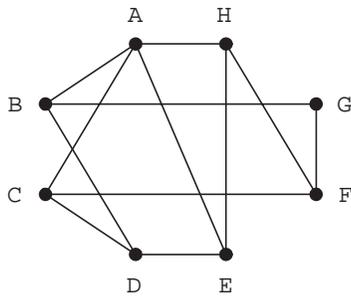
(例題 13 - 5 の解答)

染色数 3

類題 13 - 5 次のグラフの染色数を求めなさい.

(1)

(2)

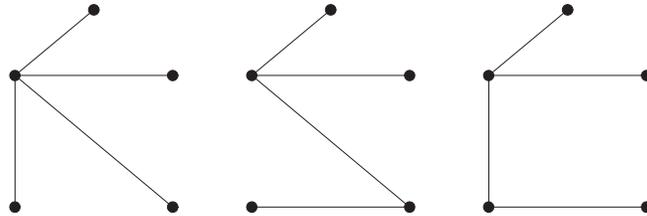


(類題 13 - 5 の解答)

(1) 染色数 3, (2) 染色数 4

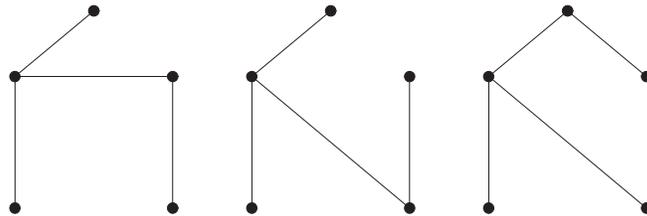
例題 1 3 - 6 例題 1 3 - 5 のグラフに対して生成木を 3 個描きなさい.

(例題 1 3 - 6 の解答)

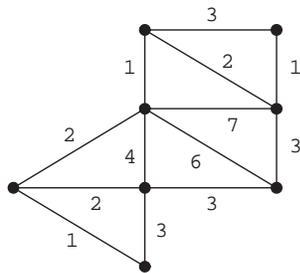


類題 1 3 - 6 例題 1 3 - 6 について他の 3 個を描きなさい.

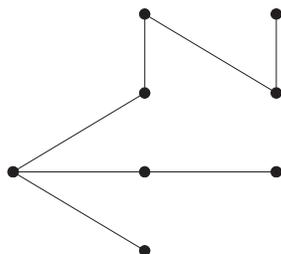
(類題 1 3 - 6 の解答)



例題 1 3 - 7 次のグラフの最小生成木を一つ求めなさい.

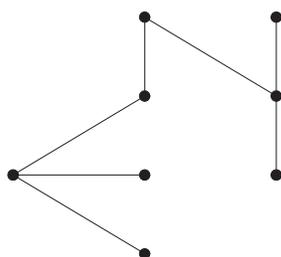


(例題 1 3 - 7 の解答)



類題 1 3 - 7 例題 1 3 - 7 について最小生成木をもう一つ求めなさい.

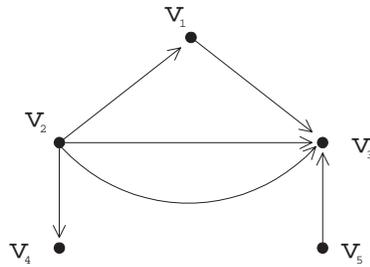
(類題 1 3 - 7 の解答)



次のような二つの集合 V と A の対で構成されるものを有向グラフといい,
 $D(V, A)$ と記す.

- 頂点の集合 V
- 有向辺と呼ばれる頂点の順序対の集合 A

例題 13 - 8 次の有向グラフの隣接行列を書きなさい.



(例題 13 - 8 の解答)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

類題 13 - 8 次の隣接行列で与えられている有向グラフを図示しなさい.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(類題 13 - 8 の解答)

