

2002 年度春学期「変化の理論」試験問題

解答はすべて解答用紙の指定の欄に答えること。

1. 次の $\mathbb{R}^2$ の部分集合は開集合, 閉集合, 有界, 連結か判定しなさい。答えは $\circ$ $\times$ で記入すること。

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} ; y \geq x^2 + 1, y \leq x + 5 \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix} ; -1 \leq y \leq 1 \right\}$$

2. $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ を $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4}$ と定義したときの不動点の個数は $\boxed{a}$ 個である。

3. $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ とする。 $x \neq 0$ のとき, $f'(x) = \boxed{b}$ であり, $x = 0$ のとき, $f'(0) = \boxed{c}$ である。このとき, $f'(x)$ が $x = 0$ で連続かどうか判定し, その理由をのべなさい。

4. (1) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = \boxed{d}$, (2) $\arctan(-\sqrt{3}) = \boxed{e}$

5. (1) $y = x^2 + \cos x$ の $x = \frac{\pi}{2}$ での接線の方程式は

$$\boxed{f}(x - \boxed{g}) + \boxed{h}$$

- (2) $f(x, y) = x^2y$ の $(2, 1, 4)$ での接平面の方程式は

$$\boxed{i}x + \boxed{j}y + \boxed{k}$$

6. $e^x - \sin x + 2 \cos x$ を 3 次多項式で近似したとき, その多項式は

$$\boxed{l}x^3 + \boxed{m}x^2 + \boxed{n}x + \boxed{o}$$

7. $f(x, y) = xy^2 \cos x$ のヤコビ行列とヘッセ行列を求めなさい。

8. $f(x, y) = 5x^2 - 6xy + 5y^2 - 80$ の停留点を求めなさい。極大点の x 座標は $\boxed{p}$, 極小点の x 座標は $\boxed{q}$ である。