慶応義塾大学試験問題
形の理論 1

(1997 年春学期)

試験時間：70 分

担当者名：河添 健

1

次の連立一次方程式を行基本変形を用いて解きなさい。

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \\ 3x - y + z = -1 \end{cases}$$

2

次の行列の逆行列を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3

$$W = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \right\} \text{としたとき、} W \text{の次元と基底を求めよ。}$$

4

$$f: R^3 \rightarrow R^3 \text{ を } f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y - z \\ 3x - y - 2z \\ x - 5y \end{pmatrix} \text{ で定める。}$$

1. $\text{Ker } f$ を求めよ。
2. $\text{Im } f$ を求めよ。
3. 次元公式を確かめよ。

5

P_2 を 2 次以下の t の多項式全体、 M_2 を 2×2 の実行列の全体とする。

$$f: P_2 \rightarrow M_2$$

この式を

$$f(at^2 + bx + c) = \begin{pmatrix} a-b & b-c \\ c-b & c-a \end{pmatrix}$$

で定義する。

1. $\text{Ker } f$ を求めよ。
2. $\dim \text{Im } f$ を求めよ。

- P_2 の基底を $1, 1+t, t+t^2$
3. M_2 の基底を $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。このときの f の表現行列を求めよ。