

慶応義塾大学試験問題
形の理論 2
(1997 年春学期)

試験時間：70 分

担当者名：河添 健

1

$$f: R^4 \rightarrow R^3 \text{ が } f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y + z + u \\ x + y + 3z + 3u \\ x + 2z \end{pmatrix} \text{ で与えられている。}$$

1. $\text{Ker } f$ を求めよ。
2. $\text{Im } f$ を求めよ。
3. 次元公式を確かめよ。

2

1. f の像が $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ で生成される線形写像 $f: R^4 \rightarrow R^2$ を求めよ。
2. f の核が $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ で生成される線形写像 $f: R^4 \rightarrow R^3$ を求めよ。

3

$f: R^3 \rightarrow R^3$ は次の条件を満たす線形写像とする。

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. $f \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ の値を求めよ。(x を用いてよい。)
2. $\text{Im } f$ の次元が 2 次元の時、 x の値を求めよ。

4

M_2 を 2×2 実行列の全体、 P_2 を 2 次以下の t の多項式の全体とする。

$f: M_2 \rightarrow P_2$ を $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = (a+b)t^2 + ct$ で定める。

1. $\text{Ker } f$ を求めよ。

2. $\dim \text{Im } f$ を求めよ。

3. M_2 の基底を $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
 P_2 の基底を $t^2, t, 1$
 とする。このときの f の表現行列を求めよ。