

関数解析第 1

2 単位

開講場所: 矢上キャンパス

授業形態: 講義

1. 主題と目標/授業の手法など

1年生で習った線形代数の諸概念を無限次元の世界に広げます。

行列は作用素へ、固有値はスペクトルへ拡張されます。

数学の歴史的な流れに沿って解説していきます。

2 前提となる知識(科目名等)

微積分の理論、線形代数の理論

3 参考文献

「関数解析の基礎(上下)」コルモゴロフ・フォーミン著(岩波書店)

4 授業計画

第 1 回 線形位相空間

線形空間、位相空間、線形位相空間、ノルム空間

第 2 回 連続線形汎関数

連続性、汎関数、汎関数のノルム

第 3 回 Hahn-Banach の定理

Zorn の補題、Hahn-Banach の定理、分離定理

第 4 回 双対空間

双対空間、双対の双対、Riesz の表現定理

第 5 回 強収束と弱収束

強位相、弱位相、* 弱位相

第 6 回 超関数

デルタ関数、Schwartz の超関数、超関数の微分

第 7 回 連続線形作用素

連続線形作用素、有界作用素

第 8 回 Banach の逆写像定理

逆写像定理、開写像定理、Troika の定理、閉グラフ定理

第 9 回 共役作用素

共役作用素、次元公式の一般化

第 10 回 コンパクト作用素 1

位相空間の復習、コンパクト(完全連続)作用素

第 11 回 コンパクト作用素 2

作用素列、コンパクト性の保存

第 12 回 スペクトル 1

レゾルベント、連続・剰余・点スペクトル、いろいろな例

第 13 回 スペクトル 2

自己共役作用素・コンパクト作用素のスペクトル

5 評価方法

平常点(出席)を重視する。
