

組合せの理論

総合政策学部 河添 健

主題と目標

「数学 = 微積分 = 嫌い」とか、「数学が得意で数学で受験した」とかいった様な「数学」に対する今までの概念を変える事を目的とする。えええっ と驚かぬこと。つまり、今までの数学は、その全体のごく一部であり、本当はもっと広い面白い(?) 世界があるのではと、気付く事が、この講義の主題である。

と言っても、わずか 13 回の講義でその広がりを見ようとするのは少々虫が良過ぎる。実際の講義では、「離散数学」と呼ばれている分野を紹介するが、それとて数学の一部に過ぎないから、やっぱり狭い。しかしながら、何故「離散数学」を選んだかと言えば、高校の微積分などの計算する数学とは随分趣が異なり、かつ数学の本質である「論理的に物事を考える」ことを、学習出来るからである(この事は難しい計算問題を解く事より遥かに重要である)。講義では難しい計算は一切無く、問題も QUIZ や PUZZLE を解く感覚で挑戦できる様に配慮する。この講義を通じて、今までの数学が好きな人も嫌いな人も新しい「数学のセンス」を身に付けられると信じている。

ここに何かの物の集まり(集合)があるとしよう(第2回)。まず最初に、その中に幾つの要素が含まれているか数えてみよう。この数え上げの数学が、高校で習った順列や組合せの理論の始まりである。これだけでは、あまり面白くない。次に、良く見ると要素と要素の間で、演算ができることが分ったとしよう(例えば、数字の集合ならば、四則演算が可能かもしれない。演算で「閉じている」ことが大事である)。もし、演算が良い性質を持てば、ブール代数(第9回)とか、群、環、体と言った代数の理論(第10回)が生まれる。そしてその応用として、「集合算」(第2回)「命題算」(第5回、第6回)「スイッチング回路」(第9回)の理論が展開される。

今度は集合が二つあったとしよう。そして、二つの集合の要素の間に「関係」があるとする(良い性質を持つ時は、「写像」と呼ばれる)。では、それをどう記述したらよいだろうか?(第3回、第4回)その一つの方法として、「グラフ」が登場する。特に「順序関係」に対しては、「ハッセ図式」が有効である(第7回、第8回)。グラフの理論はそれ自身非常に多くの応用を持つ。「一筆書き」(第11回)「平面グラフ」(第11回)「最短経路問題」(第12回)なども学習する。

教材

大学で学ぶ数学 (河添 健編、慶應義塾大学出版会)

参考書としては、「離散数学 (リプシュッツ) マグロウヒル」や「代数系とグラフ理論 (深見 哲造 著) 培風館」などがあげられますが、「離散数学」という言葉が入っていれば、どれでも良いと思います。

授業計画

- 第 1 回 (9/28)
お話 + 講義内容の概論。
- 第 2 回 (10/5)
集合と集合算。ベン図。
- 第 3 回 (10/12)
関数と関係： 関係、関係のグラフ、同値関係、順序関係。
- 第 4 回 (10/19)
関数と写像： 関数、多変数関数、写像。
- 第 5 回 (10/26)
命題論理 (1) 論理演算、論理表、命題代数、真理集合
- 第 6 回 (11/2)
命題論理 (2) 全称命題と特称命題。必要十分条件。
- 第 7 回 (11/9)
順序と束 (1) 半順序と全順序、ハッセ図式。
- 第 8 回 (11/11)[11/16 の補講]
順序と束 (2) 上限と下限、束。
- 第 9 回 (11/30)
ブール代数、双対原理、スイッチング回路。
- 第 10 回 (12/7)
代数系、群、環、体。
- 第 11 回 (1/11)
グラフ (1) 一筆書きとオイラーグラフ、オイラーの公式と正多面体。

- 第 1 2 回 (1/18)
グラフ (2) 彩色グラフ、4 色問題、Tree、有向グラフ。
- 第 1 3 回 (1/20)[12/14 の補講]
最短経路問題。
- 第 1 4 回 (1/25)
傾向と対策

成績評価

毎回講義の終わり頃に「QUIZ」を行います。講義の理解度を A、B、C、D で自己採点し、それをもとに次回の講義レベルを決めて行きます。この「QUIZ」の出来具合は評価しません。出席点としてのみ評価します(白紙は減点、代筆は大幅減点です)。実際の評価は期末試験(何でも持ち込み可ですが、他人、通信機器等はダメ)によります。

履修上の注意

数値計算のない風変わりな数学ですが、高校で習わなかった多くの新しい概念や言葉が登場します。一つ一つ積み上げて理解し、決して焦らずに勉強してください。