数理と社会 11 回目

1　産業連関表（２）

１．基本方程式

すべての部門を内生部門に取り入れたものを、産業連関の封鎖系といい、家計（労働)、政府などの非産業部門を一括して外生部門としたものを産業連関の開放系という。以下、産業部門のみを内生部門とする開放体系を考察する。貿易（輸出、輸入部門）は省略する。

部門数を n とする。第 i 部門から第 j 部門へ売却された量を x_{ij}、第 j 部門の総産出量を X_j、第 i 部門から外生部門へ売却された量を F_i とする。 F_i は第 i 財の最終需要である。投入量

$$\begin{pmatrix} x_{1j} \\ x_{2j} \\ \vdots \\ x_{nj} \end{pmatrix}$$

が k 倍になる、すなわち各部門の投入量が一斉に k 倍になる、と産出量 X_j も k 倍になると仮定する。このとき、「規模に関して収穫が一定」であるという。行列

$$\begin{pmatrix} x_{11}/X_1 & x_{12}/X_2 & \ldots & x_{1n}/X_n \\ x_{21}/X_1 & x_{22}/X_2 & \ldots & x_{2n}/X_n \\ & & \ldots & \\ x_{n1}/X_1 & x_{2n}/X_2 & \ldots & x_{nn}/X_n \end{pmatrix}$$

を投入産出行列という。

つぎのような産業連関表を考える。

	鉄鋼	電力	工業	最終需要（単位）
鉄鋼	5	40	50	5 （万 t）
電力	50	10	130	10 （万 kW）
工業	15	15	20	70 （万台）

各部門の総産出量は

鉄鋼部門 : $5+40+50+5=100$ 万 t

電力部門 : $50+10+130+10=200$ 万 kW

工業部門 : $15+15+20+70=120$ 万台

となる。投入産出行列は

$$\begin{pmatrix} 0.05 & 0.2 & 0.416667 \\ 0.5 & 0.05 & 1.083333 \\ 0.15 & 0.075 & 0.166667 \end{pmatrix}$$

次年度も投入産出行列が不変であるとし、次年度の最終需要の予想が

鉄鋼部門 : 11 万 t　　電力部門 : 25 万 kW　　工業部門 : 74 万台

であるとすると、総生産量は

$$\begin{pmatrix} 5/100 & 40/200 & 50/120 \\ 50/100 & 10/200 & 130/120 \\ 15/100 & 15/200 & 20/120 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11 \\ 25 \\ 74 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

をみたす。これを解けば、

$$\begin{pmatrix} 120 \\ 240 \\ 132 \end{pmatrix}$$

すなわち、

鉄鋼部門：120 万 t　　電力部門：240 万 kW　　工業部門：132 万台

となる。

A を投入産出行列とするとき、基本方程式が

$$(I-A)X = F$$

で与えられる。I は単位行列、X は総産出量、F は最終需要である。この式は総産出量が中間需要と最終需要の和であるという関係式から導かれる。上式では X から F を導いているが、F から X を与える関係式は

$$X = (I-A)^{-1}F$$

$(I-A)^{-1}$ は行列 $I-A$ の逆行列といわれる。近似的には

$$(I-A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \cdots$$

を用いる。需要と産出が一致しなければならないという要請から、

$$X = F + AF + A^2F + A^3F + \cdots$$

が理解される。

２．輸出入

最終需要 F は、国民所得統計の国民総支出に対応し、家計外消費支出、民間最終消費支出、民間総固定資本形成、政府最終支出、在庫投資、輸出、輸入（控除）からなる。前 4 者の和は内需 F_d であり、輸出 (EX) −輸入 (IM) は外需（経常収支）CB である。$CB = EX - IM$ で、$F = F_d + CB$ である。よって

$$X + IM = AX + F_d + EX \quad \text{または} \quad (I-A)X = F_d + (EX - IM)$$

輸入係数 $\hat{M}$ を $IM = \hat{M}(AX + F_d)$ をみたす対角行列とすると

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})F_d + EX]$$

2　産業連関表（3）

1.　価格

n 個の産業部門が産出する n 種の財の単位当たりの価格を p_i $(i = 1, 2, \ldots)$ とする。$p_i \geq 0$ を仮定する。資本設備の維持費などの固定費用を無視すれば、第 j 部門が 1 単位産出するのに要する総費用（可変費用）は、生産要素の購入総額

$$p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \cdots + p_n a_{nj}$$

である。a_{ij} は投入産出係数である。単位当たりの第 j 部門の利潤は

$$v_j = p_j - (p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \cdots + p_n a_{nj})$$

これを第財 1 単位当たりの付加価値とよんでいる。略記して、$(I - {}^tA)P = V$、${}^tA$ は行列 A の転置行列である。

鉄鋼製品	1 万 t	3 億円
電力	1 万 kW	2 億円
工業製品	1 万台	5 億円

とするとき、前述の表はつぎのようになる。

	鉄鋼	電力	工業	最終需要（億円）	総産出量
鉄鋼	15	120	150	15	100 万 t
電力	100	20	260	20	200 万 kW
工業	75	75	100	350	120 万台

各部門での総利潤は

鉄鋼部門　110 億円　電力部門　185 億円　工業部門　90 億円

単位当たり付加価値は

鉄鋼部門　1.1 億円/万 t　電力部門　0.925 億円/万 kW　工業部門　0.75 億円/万台

単位当たり付加価値がつぎのように変化するとする。

鉄鋼部門　v_1億円/万 t　電力部門　v_2億円/万 kW　工業部門　v_3億円/万台

このとき $(I - {}^tA)P = V$ によって価格 P が決められる。

２．国民所得

最終需要の金額表示による総和を生産国民所得という。最終需要を F 価格体系を P とすると、生産国民所得は

$$(P, F) = (F, P) = F_1P_1 + F_2P_2 + \cdots + F_nP_n$$

分配国民所得は、利潤が国民にすべて配分されると仮定すると、

$$(V, X) = v_1X_1 + v_2X_2 + \cdots + v_nX_n$$

で与えられる。

国民所得の等価性 :「生産国民所得と分配国民所得は一致する」　これは $(I - A)X = F$, $(I - {}^tA)P = V$ から得られる。

前回の表を金額表示する。

	鉄鋼	電力	工業	最終需要（億円）	総産出量（億円）
鉄鋼	15	120	150	15	300
電力	100	20	260	20	400
工業	75	75	100	350	600
付加価値	110	185	90		385
総産出量	300	400	600	385	

投入産出

行列は

$$A = \begin{pmatrix} 15/300 & 120/400 & 150/600 \\ 100/300 & 20/400 & 260/600 \\ 75/300 & 75/400 & 100/600 \end{pmatrix}$$

生産国民所得は 385 億円
分配国民所得は $1.1 \cdot 100 + 0.925 \cdot 200 + 0.75 \cdot 120 = 385$ 億円
付加価値率 $= \dfrac{\text{付加価値}}{\text{総費用}}$ の計算

$$\text{鉄鋼：}\frac{110}{190} = 0.5789 \quad \text{電力：}\frac{185}{215} = 0.8604 \quad \text{工業：}\frac{90}{510} = 0.1764$$

3　最終レポート課題

A、B、C の一つを選択すること。A4、2 ページぐらいにまとめる（1000〜2000 字)。参考資料を必ず明記すること。提出期限は 7 月 11-12 日、提出場所はｏ３０５。

A　レオンチェフはなぜ産業連関表などというものを考え出したのだろうか。かれの動機と成果はどんなものだったのだろうか。

B　各自の好む地域やほかの地域の産業連関表を参照して、なにが地域の特色であるか考察してみよう。

C　国民所得で仮設的に採用した投入産出行列 A を所与として、最終需要を３通り変化させ、産業連関表をつくってみよう。