空間モデリング

古谷知之

講義概要

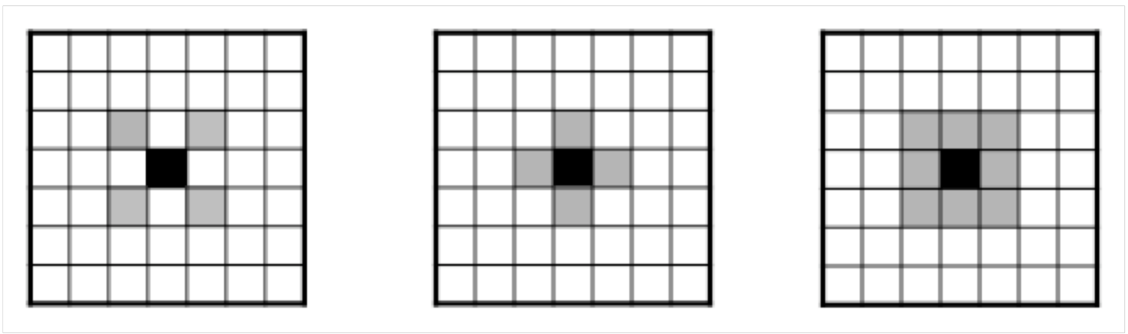
- 空間近接性を示す指標
  - 空間重み付け行列
  - Moran’s I
  - Geary’s C
- （Rを使った演習）

空間的な隣接関係や近さの表現

- ポリゴンデータの隣接関係→「空間隣接行列」
- ポイントデータやポリゴン中心点間の距離（直線距離、時間距離、など）→「距離行列」

- 隣接関係や距離関係をもとに空間オブジェクト間の地理的関係性を示す方法として「空間重み付け行列」などが用いられる

グリッドデータの隣接関係の定義方法



(a)エッジ型　(b)ルーク型　(c) クイーン型

空間隣接行列 - Rook’s case neighborhood

空間オブジェクトの配置例

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

$$
\begin{array}{c|ccccccccc}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 \\
\hline
x_1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
x_2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
x_3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
x_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
x_5 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
x_6 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
x_7 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
x_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
x_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

空間重み付け行列（１）

- 空間隣接行列の要素c_{ij}に基づくもの

$$
w_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} c_{ij}},
$$

$$
c_{ij} = \begin{cases} 1, \text{if } i \text{ is linked to } j \\ 0, \text{otherwise} \end{cases}
$$

$$
W_W = \begin{pmatrix}
0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\
1/3 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 0 \\
0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\
0 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 1/3 \\
0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0
\end{pmatrix}
$$

空間重み付け行列（２）

- 地点間の距離d_{ij}の関数$f(d_{ij})$を用いた例

$$w_{ij} = f(d_{ij}), \text{ or } w_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} w_{ij}}, w_{ij} = \begin{cases} f(d_{ij}), \text{if } i \text{ is linked to } j \\ 0, \text{otherwise} \end{cases}$$

$f(d_{ij})$の代表例：

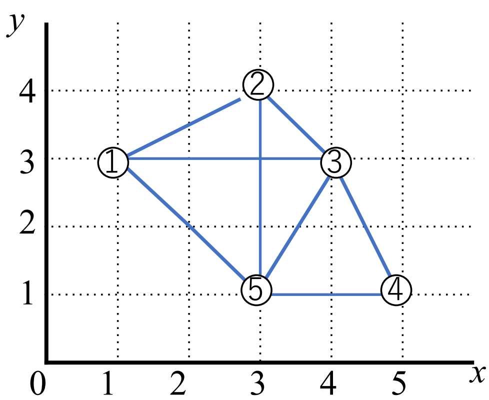
1. $f(d_{ij}) = d_{ij}^{-\beta}$,
2. $f(d_{ij}) = \exp(-\beta d_{ij})$,

但し, $\beta > 0, d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, w_{ii} = 0.$

空間重み付け行列（３）

- 例題：以下のように分布する５つの空間点オブジェクトの空間重み付け行列を，以下の２種類について求めなさい．

1. 隣接行列の要素に基づくもの
2. 地点間の直線距離に基づくもの



空間的自己相関の計測とモデル化

- 空間的自己相関があるかどうかの計測
  - Moran’s I (Moran coefficient)
  - Geary’s C (Geary ratio)

- 空間的自己相関がどの範囲で存在するかの計測
  - セミバリオグラム (semi-variogram) モデル
  - 異方性モデル

→地球統計学(geostatistics)、空間統計学(spatial statistics)

- 変数の空間的自己相関を考慮した回帰モデル
  - 空間的自己相関モデル

→空間計量経済モデル

Moran’s I

$$I = \frac{N \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} W_{i,j} (X_i - \bar{X}) \left(X_j - \bar{X}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} W_{i,j}\right) \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2}$$

- ある地区属性の他の地区属性との共分散に基づく指標.
- 空間的に連続する点や面などのデータに適用.
- 相関係数と同様に，－１～１の間をとる
  - 同じような空間属性が配置されるほど正の相関＝１
  - 異なった空間属性が配置されるほど負の相関＝－１
  - 空間属性がランダムに分布するとき，０の値をとる

Moran's I

$$I = \frac{N\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_{i,j}(X_i - \bar{X})(X_j - \bar{X})}{\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_{i,j}\right)\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2}$$

- N：サンプル数、 X_i, X_j：任意の地区の地域属性、 $\bar{X}$：地区属性の平均値、 $W_{i,j}$：二地点の空間重み付け行列Wのi,j要素
- 空間重み付け行列Wの設定方法
  - 空間隣接行列： i,jが接している場合=1、その他=0
  - 地点間の距離d_{ij}の逆数にもとづく関数$f(d_{ij})$
  - 例： $f(d_{ij}) = 1/d_{ij}$

Moran's I

- Moran統計量を用いて空間的自己相関が 0 であるという帰無仮説を検定するために，以下のZ統計量が用いられる.

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{S_E(I)},\ I = Moran's\ I$$

$$S_E(I) = \sqrt{\frac{N^2\sum_{ij} w_{ij}^2 + 3\left(\sum_{ij} w_{ij}\right)^2 - N\sum_i\left(\sum_j w_{ij}\right)^2}{(N^2-1)\left(\sum_{ij} w_{ij}\right)^2}}$$

Moran's I

- 以下の空間属性パターンが与えられた場合の，Moran統計量を計算せよ．単純化のため，距離による重みは考慮せず，空間隣接行列（上下左右の４セル）のみを考慮すること．

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9

1	2	3
2	3	4
3	4	5

Moran's I =

3	4	3
4	3	2
1	2	5

Moran's I =

4	1	4
2	5	2
3	3	3

Moran's I =

Griffith, 1987.

Local Moran's I

- Moran's Iの地区 に関する指標であり、ローカルな空間的自己相関を意味する。

$$I_i = \frac{(x_i - \bar{x}) \sum_{j=1}^{N} w_{ij}\left(x_j - \bar{x}\right)}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 / N}$$